УДК 519.68:519.86
ББК 22.19

СОЦИО-ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕГИОНА В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ[1]

Гурман В. И.[2], **Матвеев Г. А.**[3], **Трушкова Е. А.**[4]
(Учреждение Российской академии наук Институт программных систем имени А.К. Айламазяна РАН, Переславль-Залесский)

Разработана общая процедура (с методическими рекомендациями) приближенного синтеза оптимального управления для социо-эколого-экономической модели региона. Создан комплекс программ DSEEmodel 1.0, реализующий на кластерном вычислительном устройстве параллельные алгоритмы сценарных расчетов, оптимизации и улучшения приближенно-оптимального управления для социо-эколого-экономической модели с целью проведения многовариантных расчетов, связанных с разработкой стратегии устойчивого развития региона. В целом это – новый подход к проблеме ситуационного управления регионом с использованием суперЭВМ для реализации полномасштабной социо-эколого-экономической модели.

Ключевые слова: социо-эколого-экономическая модель, оптимальное управление, параллельные алгоритмы, динамическое распараллеливание программ, Т-система.

---

[1] *Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ* (*проект №09-02-00650*) *и РФФИ* (*проекты №09-01-00170* и *№10-06-00081*)

[2] *Владимир Иосифович Гурман, доктор технических наук, профессор,* (*vladimir@gurman.botik.ru*).

[3] *Герман Анатольевич Матвеев,* (*gera@prime.botik.ru*).

[4] *Екатерина Александровна Трушкова,* (*katerina@trushkova.pereslavl.ru*).

Введение

В конце 1970-х годов в Сибирском отделении Академии наук в связи с решением проблемы сохранения природного комплекса озера Байкал и прилегающего региона были инициированы исследования с целью эволюционного развития классических моделей экономической динамики (см., например, [12]) путем дополнения их экологическими блоками в сопоставимых терминах при сохранении их преимущественно теоретического характера. Они оказались успешными и вылились в достаточно общую методологию моделирования и системного анализа регионов [8, 11].

С тех пор эта методология развивалась вслед за становлением парадигмы устойчивого развития [10]. Изначальная концепция модели региона как эколого-экономической переросла в социо-эколого-экономическую и пополнилась новым блоком, отражающим активные инновационные процессы как важнейший фактор развития. Создававшиеся при этом версии модели применялись для исследования различных аспектов и проблем регионального развития: стратегий устойчивого развития, медико-эколого-экономических, формирования информационной базы с приложением к конкретным регионам.

Последняя версия, представленная в [9], наиболее перспективна для различных приложений, но и наиболее сложна по сравнению с предшествующими. Она не могла быть реализована в полном объеме на обычных компьютерах, даже самых современных. Для практических вычислений требовались различные упрощающие допущения и высокая степень агрегирования. Появление доступных суперкомпьютеров открывает здесь новые возможности, которые демонстрируются ниже.

1. Описание математической модели

Концепция рассматриваемой модели трактует регион как открытую систему, разделенную условно на три взаимодействующих подсистемы: экономическую, природную и социальную [9]. Экономическая подсистема включает традиционные производственный и непроизводственный секторы и нетрадиционные виды деятельности, направленные на восстановление или улучшение в определенном смысле состояния природной и социальной подсистем. Динамика природной и социальной подсистем описывается однотипно. Инновации учитываются через видоизменение созданной ранее региональной модели путем дополнения ее специальным блоком, описывающим инновационные процессы. Поскольку в реальности инновации связываются с определенным объектом, где производятся соответствующие инновационные процессы, то понятие «инновация» трактуется формально как любое целенаправленное изменение параметров модели, описывающей этот объект, которые прежде рассматривались как константы. Число параметров исходной модели рассматриваемого класса, как правило, достаточно велико.

Модель описывается следующими соотношениями:

$$c = (E - A(\theta))\, y - Bu - A^z z - B^z u^z - A^d d - B^d u^d, \tag{1}$$

$$\begin{gathered} \dot{r} = N\,(r - \overline{r}) - C(\theta)y - Du - D^z u^z + C^z z + im^r - ex^r, \\ r_{\min} \leqslant r \leqslant r_{\max}, \end{gathered} \tag{2}$$

$$\dot{k} = u - [\delta]k, \quad \dot{k}^z = u^z - [\delta^z]k^z, \quad \dot{k}^d = u^d - [\delta^d]k^d, \tag{3}$$

$$\begin{gathered} y_{\min} \leqslant y \leqslant [\beta]k, \quad 0 \leqslant z \leqslant [\beta^z]k^z, \quad 0 \leqslant d \leqslant [\beta^d]k^d, \\ u \leqslant 0, \quad u^z \leqslant 0, \quad u^d \leqslant 0, \end{gathered} \tag{4}$$

$$\dot{\theta} = -\left([d] + H_{inv} + [H_{dif}]\right)(\theta - \overline{\theta}), \tag{5}$$

$$\dot{\Pi} = \Big((1-l)p^{\mathrm{T}}c - l\,(r - \overline{r})^2\Big)\, e^{-\rho t}, \quad 0 \leqslant l \leqslant 1. \tag{6}$$

Здесь в качестве переменных состояния выступают векторы $k \in \mathbb{R}^{n_1}$, $k^z \in \mathbb{R}^{n_2}$, $k^d \in \mathbb{R}^{n_3}$ – основные фонды в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах ($n_3 = n_1(n_1 + n_2)$); $r \in \mathbb{R}^{n_1}$ – индексы состояния природной среды и социума; $\theta \in \mathbb{R}^{n_3}$ – инновационные индексы (агрегированное описание изменения за счет инноваций элементов матрицы прямых затрат в экономическом секторе $A(\theta)$ и матрицы коэффициентов прямого воздействия отраслей экономики на компоненты природной и социальной подсистем $C(\theta)$); $\Pi \in \mathbb{R}$ – благосостояние. Переменными управления служат векторы y, z,

d – выпуски продукции по отраслям, активное природо-социо-восстановление, активные инновации; u, u^z, u^d – инвестиции в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах. Остальные величины, входящие в модель (1)–(6): c – конечное потребление; $\Gamma(k) = [\beta]k$, $\Gamma^z(k^z) = [\beta^z]k^z$, $\Gamma^d(k^d) = [\beta^d]k^d$; δ, δ^z, δ^d – мощности и темпы амортизации в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах; p – цены; $\overline{r}$ – заданная функция (опорная), например получаемая из статистического прогноза; im^r, ex^r – миграционные потоки загрязнений и ресурсов; A^z, A^d – прямые затраты в природо-социо-восстановительном и инновационном секторах; B, B^z, B^d – фондообразующие затраты в указанных секторах; N – коэффициенты взаимовлияния компонентов природной и социальной подсистем; D, D^z – коэффициенты воздействия на компоненты природной и социальной подсистем при инвестициях в отрасли экономики и в природо-социо-восстановительный сектор; H_{inv}, $[H_{dif}]$ – матрицы, отражающие влияние инвестиций и диффузии инноваций; $r_{\min}$, $r_{\max}$ – минимально и максимально допустимые индексы состояния природной среды и социума, $y_{\min}$ – минимально допустимые выпуски продукции по отраслям.

Данная модель может трактоваться как непрерывная, так и дискретная по времени. Точкой сверху в непрерывном варианте обозначаются производные по времени ($\dot{k} = \frac{dk}{dt}$ и т. д.), а в дискретном – конечные разности ($\dot{k} = \frac{k(t+h)-k(t)}{h}$ и т. д.), где h – временной шаг, который удобно задавать равным единице времени (типично – году), $h = 1$. Все величины в правых частях уравнений и в конечных соотношениях берутся в момент t.

Одной из важных целей построения модели (1)–(6), как и в классических задачах экономической динамики, является оптимальный выбор управляющих воздействий по критерию максимума некоторого функционала полезности. Эта процедура служит по существу продолжением процесса моделирования, определяя поведение действующих сторон (агентов) исходя из единого принципа. Здесь предлагается достаточно очевидный критерий оптимальности: на заданном отрезке времени $[t_I, t_F]$ (период, горизонт планирования) максимизировать величину $\Pi(t_F)$ (функционал благосостояния) при заданных ограничениях и заданном состоянии в начале периода: $\Pi(t_I) = 0$, $k(t_I) = k_I$, $k^z(t_I) = k_I^z$, $k^d(t_I) = k_I^d$, $r(t_I) = r_I$, $\theta(t_I) = \theta_I$.

После представления наборов фазовых и управляющих переменных модели (1)–(6) в виде соответствующих векторов $x = \big(k, k^z, k^d, r, \theta, \Pi\big)$, $u = \big(y, z, u, u^z, u^d, d\big)$, замены ограничений штрафными добавками в минимизируемый функционал задачу оптимизации для модели (1)–(6) можно рассматривать как задачу оптимального управления в стандартной форме

$$\begin{aligned}
&\dot{x} = f\left(t, x(t), u(t)\right), \quad t \in T = \{t_I, \ldots, t_F\},\\
&x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^p,\\
&n = n_1 + 2n_2 + 2n_1(n_1 + n_2) + 1,\\
&p = 2n_1 + 2n_2 + 2n_1(n_1 + n_2),\\
&x(t_I) = x_I, \quad F\left(x(t_F)\right) \to \min,
\end{aligned} \tag{7}$$

и применять к ее исследованию известные методы теории оптимального управления.

2. Программно-алгоритмический инструментарий

На основе рассматриваемая версии модели разработан программно-алгоритмический комплекс *DSEEmodel* 1.0 для суперЭВМ серии «СКИФ» Союзного государства «Россия-Белоруссия». Все основные алгоритмы комплекса программ *DSEEmodel* 1.0 реализованы в рамках *T*-системы с открытой архитектурой (*OpenTS*) на языке программирования *T*++. *T*-система – система параллельного программирования, реализующая концепцию автоматического динамического распараллеливания программ. Это оригинальная российская разработка, которая ведется в Институте программных систем РАН [1, 2]. *T*-система автоматически (без участия программиста) выполняет распараллеливание фрагментов кода в программе, планировку вычислений, синхронизацию параллельных фрагментов кода, обмен данными между фрагментами программы и распределение данных по различным узлам кластера. Причем эти действия определяются и выполняются в динамике, во время исполнения программы (а не планируются заранее, в статике, во время компиляции). *T*-система предоставляет язык программирования *T*++ (очень простой параллельный диалект *C*++), который предназначен для эффективной реализации динамического распараллеливания.

Комплекс *DSEEmodel* 1.0 предназначен для компьютерной поддержки следующих типов расчетов:

1) сценарный анализ – программа поиска решения (прямого расчета системы) при задании всех входных величин;

2) моделирование неопределенностей – программы случайных изменений коэффициентов и входов моделей с целью исследования их на устойчивость и чувствительность;

3) грубая глобальная оптимизация – программа поиска магистральных решений, характерных для данной модели, как приближенных глобально оптимальных, которые можно выбирать в качестве начальных приближений для последующего итерационного уточнения;

4) последовательное улучшение и приближенно-оптимальный синтез управления – программа, реализующая итерационное улучшение приближенных решений.

2.1. Сценарный расчет

Более общая цель создания модели региона – проведение широкой серии вычислительных экспериментов при широком участии экспертов и руководителей–практиков для выбора обоснованной стратегии развития. Такие расчеты должны давать ответы на вопросы типа «что будет, если...?», т. е. оценивать последствия возможных решений, которые формулируются как некоторые сценарии. Источниками разнообразных содержательных сценариев могут выступать подходы к решению существующих проблем (спад производства, устаревшие технологии, угроза уникальному природному объекту и т. п.), неопределенность внешних факторов и критериев, практически значимые аппроксимации и интерпретации идеализированных оптимальных решений.

Для проведения вычислительных экспериментов непосредственно с математической моделью требуются формальные сценарии. Под формальным сценарием понимается любая заданная комбинация входов. Их источниками могут выступать: «перевод» содержательных сценариев на язык модели (при этом одному и тому же содержательному сценарию могут отвечать различные интерпретации, т. е. различные формальные сценарии), анализ чувствительности модели и оптимальных решений к параметрам и неопределенностям, что позволяет выявить, с одной стороны, группу наиболее значимых параметров, в отношении которых требования к эмпирическим данным должны быть особенно жесткими, а с другой – возможные несущественные компоненты и связи, игнорирование которых позволяет упростить модель или ее информационное наполнение.

Систематизация возможных формальных сценариев с учетом опыта работы с предшествующими версиями модели и их приложений позволило сформулировать требования к создаваемому компьютерному инструментарию.

Предполагается прямой расчета системы (1)–(6)) при задании входных величин: $n_1, n_2, t_I, t_F, h, k(t_I), k^z(t_I), k^d(t_I), r(t_I), \theta(t_I)$, $\Pi(t_I)$, δ, δ^z, δ^d, $\overline{r}$, im^r, ex^r, p, $\overline{\theta}$, ρ, l, N, H_{inv}, H_{dif}, C^z, D, D^z, A^z, A^d, B, B^z, B^d, и управлений y, z, d, u, u^z, u^d в моменты времени $t_I, \ldots, t_F - h$.

Алгоритм расчета последователен, но приобретает явный параллелизм при наличии нескольких независимых наборов входных величин.

2.2. Моделирование неопределенностей

Предполагается исследовать чувствительность целевого функционала $F_0\left(\Pi(t_F)\right) = -\Pi(t_F)$ при заданных управлениях к малым изменениям коэффициентов матрицы прямого воздействия отраслей экономики на компоненты природной и социальной подсистем $C(\theta)$ и матрицы прямых затрат в экономическом секторе $A(\theta)$.

Данный сценарий предполагает задание входных величин: n_1, n_2, t_I, t_F, h, $k(t_I)$, $k^z(t_I)$, $k^d(t_I)$, $r(t_I)$, $\theta(t_I)$, $\Pi(t_I)$, δ, δ^z, δ^d,

$\overline{r}$, im^r, ex^r, p, $\overline{\theta}$, ρ, l, N, H_{inv}, H_{dif}, C^z, D, D^z, A^z, A^d, B, B^z, B^d, и управлений y, z, d, u, u^z, u^d в моменты времени $t_I, \ldots, t_F - h$. В дальнейшем производится расчет для каждого нового набора входов с изменением одного коэффициента матрицы $A(\theta)$ (матрицы $C(\theta)$) на 1% от исходного значения текущего коэффициента. При этом очевидно, что вычисления могут вестись параллельно для каждого текущего значения входов. По окончании сравниваются изменения значения целевого функционала F_0 на исходном наборе входных данных и на текущих наборах входных данных.

2.3. Поиск магистрального решения

Рассматриваемая математическая модель региона (1)–(6) допускает при некоторых идеализирующих допущениях применение специального высокоэффективного метода поиска магистральных решений [9], который состоит в следующем.

Из рассматриваемой системы (1)–(6) исключаются дифференциальные уравнения относительно k^z, k^d и θ. Управления u, z считаются неограниченными, $u^d = 0$, $d = 0$, $C(\theta) = const = C(\theta(t_I))$, $A(\theta) = const = A(\theta(t_I))$, $B^z = 0$, $D = 0$, $D^z = 0$. Ищется решение задачи оптимального управления следующего вида:

$$\begin{aligned}
&\dot{k} = u - [\delta]k, \quad t \in [t_I, t_F],\\
&\dot{r} = N\,(r - \overline{r}) - Cy + C^z z + im^r - ex^r,\\
&\dot{\Pi} = \Big((1-l)p^{\mathrm{T}}((E-A)\,y - Bu - A^z z) - l\,(r-\overline{r})^2\Big)\,e^{-\rho t},\\
&k(t_I) = k_I, \quad k(t_F) = k_F, \quad r(t_I) = r_I, \quad \Pi(t_I) = 0,\\
&-\Pi(t_F) \to \min\,.
\end{aligned} \tag{8}$$

Применяется специальный метод преобразования к производной системе (сингулярной релаксации) [4], который, вкратце состоит в следующем. Записывается вспомогательная система

$$\frac{\partial k}{\partial \tau_1} = E, \quad \frac{\partial r}{\partial \tau_1} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \tau_1} = -(1-l)e^{-\rho t}p^{\mathrm{T}}B,$$
$$\frac{\partial k}{\partial \tau_2} = 0, \quad \frac{\partial r}{\partial \tau_2} = C^z, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \tau_2} = -(1-l)e^{-\rho t}p^{\mathrm{T}}A^z,$$

где $\tau_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$, $\tau_2 \in \mathbb{R}^{n_2}$, и находится ее интергал (скалярный)

$$I(t) = \Pi(t) + \widetilde{p}^{\mathrm{T}}(t)Bk(t) + \widetilde{p}^{\mathrm{T}}(t)A^z(C^z)^{-1}r(t), \tag{9}$$

где $\widetilde{p}(t) = (1-l)e^{-\rho t}p$. Заметим, что $\dot{\widetilde{p}}(t) = -\rho\widetilde{p}(t)$. Далее записывается полная производная (9) в силу системы (8)

$$\begin{aligned}&\dot{I}(t) = \dot{\Pi}(t) - \rho\widetilde{p}^{\mathrm{T}}(t)Bk(t) + \widetilde{p}^{\mathrm{T}}(t)B\dot{k}(t) -\\&-\rho\widetilde{p}^{\mathrm{T}}(t)A^z(C^z)^{-1}r(t) + \widetilde{p}^{\mathrm{T}}(t)A^z(C^z)^{-1}\dot{r}(t) =\\&= \widetilde{p}^{\mathrm{T}}(t)\left(E - A - A^z(C^z)^{-1}C\right)y(t) -\\&-\widetilde{p}^{\mathrm{T}}(t)B\left(\rho E + [\delta]\right)k(t) -\\&-le^{\rho t}\left(r(t) - \overline{r}\right)^2 + \widetilde{p}^{\mathrm{T}}(t)A^z(C^z)^{-1}\left(N - \rho E\right)r(t) + \xi(t),\end{aligned}$$

где $\xi(t)$ — функция только от t.

В результате максимизации полученного выражения при каждом $t \in [t_I, t_F]$ по переменным y, k, r в области

$$r_{min} \leqslant r(t) \leqslant r_{max}, \quad k_{low}(t) \leqslant k(t) \leqslant k_{up}(t),$$
$$y_{\min} \leqslant y(t) \leqslant [\beta]k(t),$$

где $k_{low}(t) = k_I e^{-[\delta]t}$, $k_{up}(t) = k_F e^{[\delta](t_F - t)}$ — решения уравнения $\dot{k} = -[\delta]k$ при условиях $k(t_I) = k_I$, $k(t_F) = k_F$ соответственно, получается тройка функций $\widehat{y}(t)$, $\widehat{k}(t)$, $\widehat{r}(t)$, называемая магистралью. Ее комбинация с заданными граничным точками, как правило, разрывна. Предлагается аппроксимировать магистральное решение в окрестности разрывов линейными функциями с заданными коэффициентами наклона следующим образом.

1. Максимизация по k.

а) если $\left\{-p^{\mathrm{T}}B(\rho E + [\delta])\right\}_i > 0$, то

$$\widehat{k}_i(t) = \begin{cases} \lambda(t; t_0, t_0 + s, k_i(t_0), k_{up\,i}(t_0 + s)), & t \in [t_0, t_0 + s), \\ k_{up\,i}(t), & t \in [t_0 + s, t_F], \end{cases}$$

где $\lambda(t; \tau_0, \tau_1, x_0, x_1)$ — прямая, проходящая через точки (τ_0, x_0), (τ_1, x_1) (выход на магистраль).

б) если $\left\{-p^{\mathrm{T}}B(\rho E + [\delta])\right\}_i < 0$, то

$$\widehat{k}_i(t) = \begin{cases} k_{low\,i}(t), & t \in [t_0, t_F - s), \\ \lambda(t; t_F, t_F - s, k_i(t_F), k_{low\,i}(t_F - s)), & t \in [t_F - s, t_F]. \end{cases}$$

в) если $\left\{-p^{\mathrm{T}}B(\rho E + [\delta])\right\}_i = 0$, то

$$\widehat{k}_i(t) = \lambda(t; t_0, t_F, k_i(t_0), k_i(t_F)), \quad t \in [t_0, t_F].$$

2. Максимизация по y.

Если справедливо $\left\{p^{\mathrm{T}}\left(E - A - A^z(C^z)^{-1}C\right)\right\}_i \geqslant 0$, то $\widehat{y}_i(t) = \left\{[\beta]\widehat{k}(t)\right\}_i$; иначе $\widehat{y}_i(t) = 0$.

3. Максимизация по r.

Расчет вспомогательных величин $r*$ и $\widetilde{r}$:

$$r* = \overline{r} + \frac{1-l}{2l}\left(p^{\mathrm{T}}A^z(C^z)^{-1}(N - \rho E)\right)^{\mathrm{T}},$$

$$\widetilde{r} = \begin{cases} r*_i, & \text{если}\, l \neq 0, r*_i \in [r_{\min\, i}, r_{\max\, i}], \\ r_{\min\, i}, & \text{если}\, l \neq 0, r*_i < r_{\min\, i}, \\ & \text{или}\, l = 0, \left\{p^{\mathrm{T}}A^z(C^z)^{-1}(N - \rho E)\right\}_i < 0, \\ r_{\max\, i}, & \text{если}\, l \neq 0, r*_i > r_{\max\, i}, \\ & \text{или}\, l = 0, \left\{p^{\mathrm{T}}A^z(C^z)^{-1}(N - \rho E)\right\}_i > 0; \end{cases}$$

$$\widehat{r}_i(t) = \begin{cases} r_i(t_0), \text{ если}\, l = 0, \left\{p^{\mathrm{T}}A^z(C^z)^{-1}(N - \rho E)\right\}_i = 0, \\ \begin{cases} \lambda(t; t_0, t_0 + s, r_i(t_0), \widetilde{r}), & t \in [t_0, t_0 + s), \\ \widetilde{r}, & t \in [t_0 + s, t_F], \end{cases} \text{иначе.} \end{cases}$$

Далее, из уравнений (8) $\dot{k} = u - [\delta]k$ находим $\widehat{u} = \dot{\widehat{k}} + [\delta]\widehat{k}$. Из уравнений (8) $\dot{r} = N\left(r - \overline{r}\right) - Cy + C^z z + im^r - ex^r$ находим $\widehat{z} = (C^z)^{-1}\left(\dot{\widehat{r}} - N(\widehat{r} - \overline{r}) + C\widehat{y} - im^z + ex^z\right)$. Используя ограничения (4) $0 \leqslant z \leqslant [\beta^z]k^z$ и условия $k^z(t_I) = k^z_I$, $k^z(t_F) = k^z_F$ (если они заданы), полагаем $\widehat{k}^z_i = \frac{1}{\beta^z_i}\widehat{z}_i$. Если это необходимо, то аппроксимируем решение в окрестности разрывов линейными функциями с заданными коэффициентами наклона:

$$\widehat{k}^z_i(t) = \begin{cases} \lambda(t; t_0, t_0 + s, k^z_i(t_0), \frac{1}{\beta^z_i}\widehat{z}_i(t_0 + s)), & t \in [t_0, t_0 + s), \\ \frac{1}{\beta^z_i}\widehat{z}_i(t), \quad t \in [t_0 + s, t_F - s), \\ \lambda(t; t_F, t_F - s, k^z_i(t_F), \frac{1}{\beta^z_i}\widehat{z}_i(t_F - s)), & t \in [t_F - s, t_F]. \end{cases}$$

Далее из уравнений (3) находим $\widehat{u}^z = \dot{\widehat{k}}^z + [\delta^z]\widehat{k}^z$.

Найденную аппроксимацию магистрального управления составят функции $\widehat{y}(t)$, $\widehat{z}(t)$, $\widehat{u}(t)$, $\widehat{u}^z(t)$, $u^d(t) = 0$, $d(t) = 0$, которые можно использовать в качестве начального приближения в нижеописанной итерационной процедуре улучшения управления.

Поиск магистрального решения предполагает задание входных величин: n_1, n_2, t_I, t_F, h, $k(t_I)$, $k^z(t_I)$, $k^d(t_I)$, $r(t_I)$, $\theta(t_I)$, $\Pi(t_I)$, δ, δ^z, δ^d, $\overline{(}r)$, im^r, ex^r, p, $\overline{(}\theta)$, ρ, l, N, H_{inv}, H_{dif}, C^z, D, D^z, A^z, A^d, B, B^z, B^d, $r_{\min}$, $r_{\max}$, β, β^z, β^d, $y_{\min}$, и, возможно, некоторых из величин $k(t_F)$, $k^z(t_F)$, $r(t_F)$. В случае, когда все величины $k(t_F)$ заданы, алгоритм поиска магистрального решения последователен. В случае, когда некоторые из величин $k(t_F)$ не заданы, алгоритм поиска магистрального решения должен выполняться на некотором количестве принудительно заданных вариантов недостающих исходных величин, что порождает параллельные вычисления.

2.4. Последовательное улучшение управления

Задача улучшения управления ставится следующим образом: имеется начальное решение задачи оптимального управления (7) — допустимый элемент $m^I = \left(x^I(t), u^I(t)\right)$, требуется найти допустимый элемент $m^{II} = \left(x^{II}(t), u^{II}(t)\right)$, такой, что $F\left(x^{II}(t_F)\right) < F\left(x^I(t_F)\right)$.

Метод улучшения первого порядка в случае, когда $F = F_0$ (т. е. ограничения не учтены с помощью штрафных добавок в минимизируемом функционале), выражается формулами

$$\begin{aligned}
&u^{II}(t) = u^I(t) + \tfrac{1}{h\alpha} f_u^{\mathrm{T}}\left(t, x^I(t), u^I(t)\right)\psi(t+h),\\
&\psi(t) = f_x^{\mathrm{T}}\left(t, x^I(t), u^I(t)\right)\psi(t+h), \quad t = t_f - h, \ldots, t_I,\\
&\psi(t_F) = (0, \ldots, 0, 1-\alpha)^{\mathrm{T}},
\end{aligned}$$

где $\alpha \in (0, 1]$ – параметр метода. Для исследуемой модели (1)–(6) сложность заключается в процедуре выбора весовых коэффициентов при добавлении штрафных добавок в минимизируемый функционал и в нахождении матриц частных производных f_u и f_x в силу нелинейности исходной модели (1)–(6). Для преодоления первой сложности в ПК *ISCON* была предложена достаточно универсальная процедура выбора весовых коэффициентов при добавлении штрафных добавок на каждой итерации алгоритма улучшения [5, 6, 7]. Матрицы же частных производных были вычислены аналитически.

Алгоритм улучшения управления предполагает задание входных величин: n_1, n_2, t_I, t_F, h, $k(t_I)$, $k^z(t_I)$, $k^d(t_I)$, $r(t_I)$, $\theta(t_I)$, $\Pi(t_I)$, δ, δ^z, δ^d, $\bar{(}r)$, im^r, ex^r, p, $\bar{(}\theta)$, ρ, l, N, H_{inv}, H_{dif}, C^z, D, D^z, A^z, A^d, B, B^z, B^d, $r_{\min}$, $r_{\max}$, β, β^z, β^d, $y_{\min}$, и начальных управлений y, z, d, u, u^z, u^d в моменты времени $t_I, \ldots, t_F - h$. В области изменения параметра метода улучшения α выбирается равномерно несколько значений, и параллельно для каждого значения параметра проводятся итерации улучшения начального управления.

Одним из важнейших условий эффективности итерационного улучшения является удачный выбор начального приближения, т. е. успешное выполнение расчетов типа 2.

3. Тестовые расчеты

Были проведены расчеты для двух условных регионов с основными исходными данными, соответствующими Переславскому региону [5] и Байкальскому региону [3]. Реальных данных в настоящее время далеко не достаточно для формирования полных наборов, необходимых для практических содержательных расчетов. Это самостоятельный сложный комплекс междисциплинарных эмпирических исследований, связанных с моделированием конкретных регионов и организованных также на основе концептуальной модели. Представление об этом дают соответствующие разделы монографий [3, 5]. Для проведения тестовых расчетов реальные данные были дополнены значительным количеством условных. В качестве параметров, подлежащих инновационным изменениям, были выбраны коэффициенты матриц прямых производственных затрат A прямых воздействий отраслей экономики на компоненты природы и социума C. С учетом возможностей высокопроизводительных параллельных вычислений агрегирование в инновационном блоке не производилось.

Для непрерывной модели региона типа «Переславский» соответствующий набор данных представлен в таблице 1. Экономика здесь представлена тремя агрегированными отраслями, состояние природно-социального блока характеризуется четырьмя индексами: r^1 – приведенный запас природных ресурсов; r^2 – качество природной среды; r^3 – численность населения; r^4 – индекс социального развития. Вектор инновационных индексов составляют 9 коэффициентов матрицы A и 12 коэффициентов матрицы C. Общая размерность вектора состояния составляет 54, вектора управлений – 56.

На этих данных было проведено три типа расчетов (1, 3, 4). Вначале находилось магистральное решение (расчет типа 3), затем оно модифицировалось в начальное приближение для управлений и рассчитывался соответствующий сценарий (расчет типа 1), далее запускался итерационный процесс улучшения (расчет типа 4). Результаты расчетов представлены на рис. 1–5. Значения экономических переменных отнесены к начальным значениям, а природно-социальных – к опорным (невозмущенным). Они демонстрируют качественный характер оптимальной стратегии устойчивого развития региона, несмотря на условность исходных данных. А именно, природно-социальные индексы остаются в заданных границах. При этом 1-я и 2-я отрасли оказываются нерентабельными с учетом затрат на восстановление природной и социальной среды, и их выпуски остаются на нижней границе, определенной из условий занятости. Третья отрасль становится рентабельной на 15-м году в результате инновационных процессов, и ее выпуск переключается на максимальный. Хотя в целом экономика остается нерентабельной, но тенденция накопления регионального дохода сменяется с отрицательной на положительную.

Для условного региона типа «Байкальский» были проведены расчеты типа 2 по моделированию неопределенностей. А именно, исследовались изменения целевого функционала в процентах при изменении коэффициентов матриц A и C также в процентах (т. е в терминах логарифмических производных). Базовый набор данных был сформирован исходя из информации, предоставленной специалистами Иркутского и Бурятского науч-

Таблица 1.

$k(0)$	211 251 37,3
$k^z(0)$	4 12 0,15 8,5
$k^d(0)$	1 2 1 1 2 1 1 2 1 1 1 1 2 1 2 1 1 1 1 2 2
$r(0)$	5755 0,8 69,5 0,44
r_{min}	5000 0,3 60 0,4
r_{max}	6000 1,3 120 0,8
$\bar{r}$	6000 0,7 100 0,5
p	1 1 1
δ	0,06 0,06 0,07
δ^z	0,07 0,09 0,06 0,11
δ^d	0,06 … 0,06
y_{min}	42,2 43,925 9,325
β	0,4 0,35 0,5
β^z	3,7 0,019 0,03 0,0026
β^d	0,003 … 0,003
$im^r, ex^r, \rho, l,$ D, D^z, H_{dif}, N	нулевые
C^z (diag)	1 1 1 1
H_{inv} (diag)	0,01 … 0,01
A	$\begin{array}{ccc} 0{,}08 & 0{,}001 & 1e-05 \\ 0{,}5 & 0{,}4 & 0{,}35 \\ 0{,}001 & 0{,}006 & 0{,}06 \end{array}$
B	$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0{,}45 & 0{,}65 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$
A^z	$\begin{array}{cccc} 0{,}2 & 80 & 3 & 200 \\ 0{,}4 & 90 & 40 & 1000 \\ 0 & 0{,}6 & 20 & 3000 \end{array}$
B^z	$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}35 & 0{,}2 & 0{,}15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$
C	$\begin{array}{ccc} 0 & 0{,}011 & 0 \\ 0{,}0018 & 0{,}002 & 0{,}0011 \\ 0{,}0001 & 0{,}0005 & 0{,}0003 \\ 0{,}0002 & 0{,}0001 & 0{,}0003 \end{array}$

ных центров СО РАН. Экономика при этом описывалась наиболее детально как совокупность 38 отраслей, а природно-социальный блок — посредством 8-ми агрегированных индексов. Полные размерности динамической системы (7), соответствующей построенной социо-эколого-экономической модели (1)–(6), составили $n = 3551$, $p = 3588$, т. е. получившаяся конкретная модель описывает динамику 3551 величины под действием 3588 управляющих воздействий.

Таблица данных и детальные результаты расчетов здесь не приводятся из-за громоздкости. В целом выявлена резкая дифференциация чувствительностей, что позволит в дальнейшем радикально уменьшить размерность наиболее громоздкого инновационного блока и тем самым всей конкретной модели в более сложных расчетах.

Проводились вычислительные эксперименты по исследованию эффективности параллельной версии программ анализа чувствительности и улучшения управления на суперкомпьютере СКИФ МГУ «Чебышёв». Полученные данные представлены в таблицах 2 и 3.

Таблица 2. Эффективность параллельной версии программы анализа чувствительности

Число процессоров (ядер)	Время работы программы, с (мин)	Ускорение
8	3466 (58)	6,232
19	1483 (25)	14,565
38	785 (13)	27,516
64	520 (9)	41,538

Аналогичные эксперименты проводились с параллельными версиями программ оптимизации на суперкомпьютере СКИФ «Первенец-М», расположенном в ИПС РАН. Полученные данные представлены в таблице 4.

Таблица 3. Эффективность параллельной программы улучшения управления

Число процессоров (ядер)	Время работы программы, с (мин)	Ускорение
1	703 (12)	1
2	394 (7)	1,78
4	230 (4)	3,06
9	202 (3)	3,48

Таблица 4. Эффективности параллельных программ оптимизации

Число процессоров (ядер)	Время работы программы, с (мин)	Ускорение
Поиск магистрального решения		
1	603 (10)	1
4	173 (3)	3,49
8	105 (2)	5,74
16	89 (1)	6,78
Поиск магистрального решения с последующим расчетом динамики		
1	2275 (38)	1
4	622 (10)	3,66
8	351 (6)	6,48
16	288 (5)	7,90

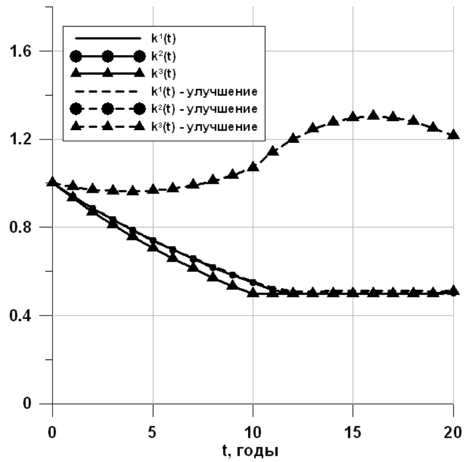
k¹(t)
k²(t)
k³(t)
k¹(t) - улучшение
k²(t) - улучшение
k³(t) - улучшение
1.6
1.2
0.8
0.4
0
0
5
10
15
20
t, годы

Рис. 1.

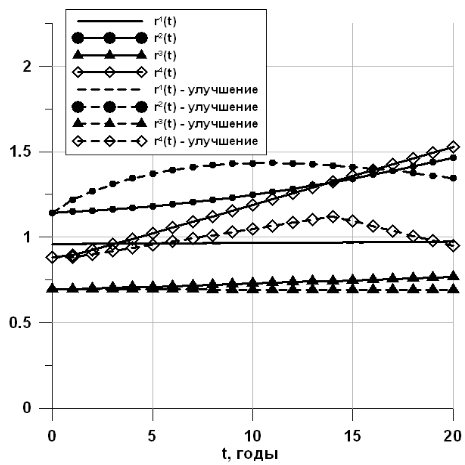
r¹(t)
r²(t)
r³(t)
r⁴(t)
r¹(t) - улучшение
r²(t) - улучшение
r³(t) - улучшение
r⁴(t) - улучшение
2
1.5
1
0.5
0
0
5
10
15
20
t, годы

Рис. 2.

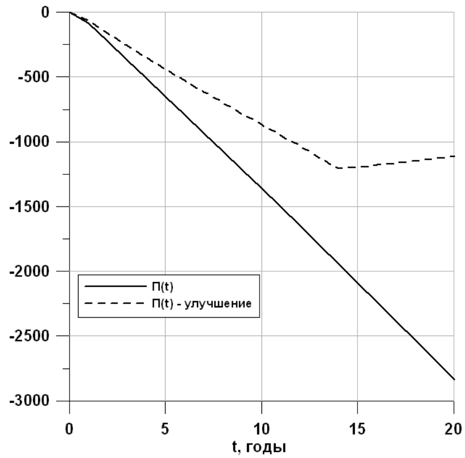

Рис. 3.

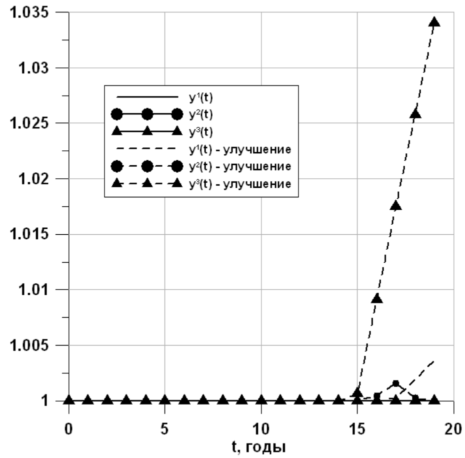

Рис. 4.

4. Заключение

В целом на основании проведенных исследований можно заключить, что применение суперкомпьютеров кластерного типа

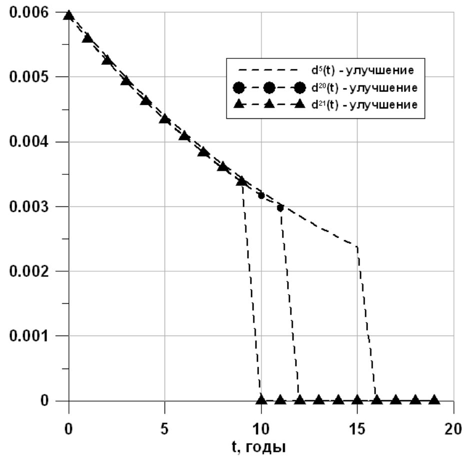

Рис. 5.

для реализации описанной концепции модели региона открывает новые перспективы ее эффективного использования, немыслимые ранее при использовании обычных компьютеров с последовательным исполнением программ из-за большой размерности практически значимых версий модели и сложной системы данных. В особенности это относится к инновационным процессам, учет которых в модели без искусственного агрегирования приводит к драматическому росту ее размерности и числа параметров, требующих идентификации.

С другой стороны, задачи, связанные с моделью, как многовариантные, естественным образом приспособлены для параллельных вычислений на кластерах и не требуют сложных процедур распараллеливания. При определенной организации многовариантных вычислительных экспериментов и трактовке их результатов они становятся инструментом не только трудоемких количественных оценок, но и качественного анализа, позволяя выделить ведущие факторы, переменные и параметры, на которых требуется сосредоточиться при последующих эмпирических исследованиях.

Следует отметить как недостаток невысокую эффективность в данном случае градиентного метода улучшения управления. Это связано с тем, что результирующие управления (например, $y^3(t)$) меняются скачкообразно в то время как на начальном приближении они достаточно плавные. Скачки же реализуются медленно в течение многих итераций. В перспективе планируется применить глобальный метод Кротова [12], который в настоящее время реализуется в составе ПК *ISCON*.

Литература

1. АБРАМОВ С. М., ЕСИН Г. И., ЗАГОРОВСКИЙ И. М., МАТВЕЕВ Г. А., РОГАНОВ В. А. *Принципы организации отказоустойчивых параллельных вычислений для решения вычислительных задач и задач управления в Т-Системе с открытой архитектурой (OpenTS)* // Труды Межд. конф. «Программные системы: теория и приложения», Переславль-Залесский, октябрь 2006. – М.: Наука, Физматлит. – Т. 1. – С. 257–264.
2. АБРАМОВ С. М., ЗАГОРОВСКИЙ И. М., КОВАЛЕНКО М. Р., МАТВЕЕВ Г. А., РОГАНОВ В. А. *Миграция от MPI к платформе OpenTS: эксперимент с приложениями PovRay и ALCMD* // Труды Межд. конф. «Программные системы: теория и приложения», Переславль-Залесский, октябрь 2006. – М.: Наука, Физматлит. – Т. 1. – С. 265–275.
3. БЛИНОВ А. О., ГУРМАН В. И., ТРУШКОВА Е. А., ФРАЛЕНКО В. П. *Программный комплекс оптимизации закон овуправления* // Программные продукты и системы. – 2009. – №2. – С. 95–100.
4. ГУРМАН В. И. *Принцип расширения в задачах управления.* – М.: Наука, Физматлит, 1997.
5. ГУРМАН В. И., ТРУШКОВА Е. А. *Приближенные методы оптимизации управляемых процессов* // Эл. науч. журнал Института программных систем имени А. К. Айламазяна РАН «Программные системы: теория и приложения». – 2010. – Т. 1, №4.

6. ГУРМАН В. И., ТРУШКОВА Е. А., УХИН М. Ю. *Улучшение управления, реализующего скользящий режим* // Автоматика и телемеханика. – 2008. – №3. – С. 161–171.
7. КОВАЛЕНКО М. Р., МАТВЕЕВ Г. А., ОСИПОВ В. И., ТРУШКОВА Е. А. *Параллельный алгоритм улучшения управления* // Труды IV межд. конф. «Параллельные вычисления и задачи управления» (PACO'2008), Москва, 27-29 октября 2008 г., ИПУ им. В.А.Трапезникова РАН. – ISBN 978-5-91450-016-7.
8. *Модели управления природными ресурсами* / Под ред. В. И. Гурмана – М.: Наука, 1981.
9. *Моделирование социо-эколого-экономической системы региона* // Под ред. В. И. Гурмана, Е. В. Рюминой. – М.: Наука, 2001.
10. *Организация Объединенных Наций: основные факты.* – М.: Издательство «Весь Мир», 2005.
11. *Эколого-экономическая стратегия развития региона: Математическое моделирование и системный анализ на примере Байкальского региона.* – Новосибирск: Наука, 1990.
12. ЭРРОУ К. *Применение теории управления к экономическому росту* // В кн.: Математическая экономика. – М.: Мир, 1974.

SOCIO-ECOLOGICAL-ECONOMIC REGION MODEL IN PARALLEL COMPUTING

Vladimir Gurman, Institute of Programm Systems of RAS, Pereslavl, Doct.Sc., professor (vladimir@gurman.botik.ru).
German Matveev, Institute of Programm Systems of RAS, Pereslavl, (gera@prime.botik.ru).
Ekaterina Trushkova, Institute of Programm Systems of RAS, Pereslavl, Cand.Sc., (katerina@trushkova.pereslavl.ru).

Abstract: A general procedure of the approximate optimal control synthesis for socio-ecological-economic model of the region is developed. A set of programs DSEEmodel 1.0, which implements at the cluster computing devices parallel algorithms for scenario calculations, optimization and improvement of an approximate optimal control for socio-ecological-economic model to conduct multi-variant calculations relating to the development of strategies for sustainable development in the region is created. In general, this is a new approach to the problem of situational control of the region by using supercomputers to implement full-scale socio-ecological-economic model.

Keywords: socio-ecologo-economic model, optimal control, parallel algorithms, dynamic parallel programs, T-system.

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии В. В. Кульбой