

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СОЦИО-ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ РЕГИОНА ¹

Е.А. Трушкова, Г.А. Матвеев

*(ИПС имени А.К. Айламазяна РАН, Переславль-Залесский, Россия,
katerina@trushkova.pereslavl.ru)*

Введение

Социо-эколого-экономическая модель региона, включающая блок активных инновационных процессов как важнейший фактор, представленная в [1], наиболее перспективна для различных приложений, но и наиболее сложна по сравнению с предшествующими моделями. Она не могла быть реализована в полном объеме на обычных компьютерах, даже самых современных. Для практических вычислений требовались различные упрощающие допущения и высокая степень агрегирования. Появление доступных суперкомпьютеров открывает здесь новые возможности, которые демонстрируются ниже.

1. Описание модели

Концепция рассматриваемой модели трактует регион как открытую систему, разделенную условно на три взаимодействующих подсистемы: экономическую, природную и социальную [1]. Инновации учитываются через видоизменение созданной ранее региональной модели путем дополнения ее специальным блоком, описывающим инновационные процессы. При этом понятие “инновация” трактуется формально как любое целенаправленное изменение параметров исходной модели, которые прежде рассматривались как константы.

Модель, описывается следующими соотношениями:

$$c = (E - A)y - Bu - A^z z - B^z u^z - A^d d - B^d u^d,$$

¹ Работа выполнена в рамках суперкомпьютерной программы «СКИФ-ГРИД» Союзного государства при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 08-01-00274 и № 09-01-170).

$$\begin{aligned}
\dot{r} &= N(r - \bar{r}) - Cy - Du - D^z u^z + C^z z + im^r - ex^r, \\
r_{\min} &\leq r \leq r_{\max}, \quad \dot{\theta} = -([d] + H_{inv} + [H_{dif}]) (\theta - \bar{\theta}), \\
\dot{k} &= u - [\delta]k, \quad \dot{k}^z = u^z - [\delta^z]k^z, \quad \dot{k}^d = u^d - [\delta^d]k^d, \\
0 &\leq y \leq [\beta]k, \quad 0 \leq z \leq [\beta^z]k^z, \quad 0 \leq d \leq [\beta^d]k^d, \quad u \geq 0, u^z \geq 0, u^d \geq 0, d \geq 0, \\
\dot{\Pi} &= ((1-l)p^T c - l(r - \bar{r})^2) e^{-\rho t}.
\end{aligned}$$

Здесь $k \in R^{n_1}$, $k^z \in R^{n_2}$, $k^d \in R^{n_3}$ – основные фонды, $r \in R^{n_4}$ – состояние природной среды и социума, $\theta \in R^{n_5}$ – вектор инновационных индексов, y, z, d – векторы выпуска продукции, восстановления, инновационной активности, u, u^z, u^d – инвестиции, c – конечное потребление; $\Gamma(k) = [\beta]k$, $\Gamma^z(k^z) = [\beta^z]k^z$, $\Gamma^d(k^d) = [\beta^d]k^d$, $\delta, \delta^z, \delta^d$ – мощности и темпы амортизации, p – строка цен; \bar{r} – заданная функция (опорная), например получаемая из статистического прогноза; im^r, ex^r – миграционные потоки загрязнений и ресурсов; A, A^z, A^d, B, B^z, B^d – прямые и фондообразующие затраты; $N, C, D, D^z, H_{inv}, [H_{dif}]$ – матрицы взаимовлияния подсистем, $\Pi(t) \in R$ – индекс благосостояния. Коэффициенты модели в общем случае могут зависеть от инновационных индексов и, возможно, других переменных состояния.

Предлагается достаточно очевидный критерий оптимальности – максимум величины $\Pi(t_F)$ при заданных ограничениях и заданном состоянии в начале периода: $\Pi(t_0) = 0$, $k(t_0) = k_0$, $k^z(t_0) = k_0^z$, $k^d(t_0) = k_0^d$, $r(t_0) = r_0$, $\theta(t_0) = \theta_0$.

2. Поиск магистрального решения

Согласно [1] на этом этапе производятся следующие упрощения: из рассматриваемой системы исключаются дифференциальные уравнения относительно k^z, k^d и θ . Управления u, z считаются неограниченными, $u^d = 0$, $d = 0$, $C = C(\theta(t_0))$, $A = A(\theta(t_0))$, $B^z = 0$, $D = 0$, $D^z = 0$.

Применяется специальный метод преобразования к производной системе (сингулярной релаксации) [3], который, вкратце состоит в максимизации полной производной интеграла (скалярного) вспомогательной системы, т.е. в максимизации выражения

$$\dot{I} = \tilde{p}^T (E - A - A^z (C^z)^{-1} C) y - \tilde{p}^T B (\rho E + [\delta]) k - \\ - l e^{-\rho t} (r - \bar{r})^2 + \tilde{p}^T A^z (C^z)^{-1} (N - \rho E) r + \xi,$$

где $\tilde{p} = (1-l)e^{-\rho t} p$, ξ – функция только от t . В результате максимизации при каждом $t \in [t_0, t_F]$ по переменным k , y , r получается тройка функций $\hat{y}(t)$, $\tilde{k}(t)$, $\tilde{r}(t)$, называемая магистралью. Полученная тройка функций в точках t_0 , t_F может иметь разрывы, которые ликвидируются посредством непрерывной аппроксимации в их окрестности. Полученные в результате функции подставляются в уравнения модели и находятся \hat{y} , \hat{z} , \hat{u} , \hat{u}^z , $\hat{u}^d = 0$, $\hat{d} = 0$, которые используются в качестве начального приближения в итерационной процедуре улучшения управления для исходной модели.

Написана компьютерная программа на языке C++, реализующая описанный метод поиска магистрального решения для социально-эколого-экономических моделей.

3. Алгоритм улучшения

Предложен достаточно универсальный алгоритм итерационного улучшения начального приближения управления, ориентированный на параллельные вычисления, разработанный в программном комплексе улучшения и оптимизации законов управления для приложений в различных областях (ПК ISCON)» [2].

Предполагается, что модель управляемой системы представлена как дискретная во времени. Рассматривается задача оптимального управления в стандартной форме:

$$x(t+1) = f(t, x(t), u(t)), t \in T = \{0, 1, \dots, t_F\}, \quad x \in R^n, u \in R^p, \quad (1) \\ x(0) = x_0, \quad F(x(t_F)) \rightarrow \min.$$

Задача улучшения: имеется начальное приближенное решение задачи (1) — элемент $m^I = (x^I(t), u^I(t))$, требуется найти элемент $m^{II} = (x^{II}(t), u^{II}(t))$, такой, что $F(x^{II}(t_F)) < F(x^I(t_F))$. Общие

конструкции метода улучшения управления приведены в [3], где элемент m'' ищется путем аппроксимации решения следующей задачи:

$$y(t+1) = g(t, y(t), v(t)), \quad t \in T = \{0, 1, \dots, t_F\},$$

$$y^0(t+1) = g_0(y^0, v) = y^0(t) + 0.5v^T(t)v(t), \quad y(0) = 0, \quad y^0(0) = 0, \quad (2)$$

$$G_\alpha(y(t_F), y^0(t_F)) = \alpha y^0(t_F) + (1-\alpha)F(y(t_F) + x^l(t_F)) \rightarrow \min,$$

где $y = x - x^l$, $v = u - u^l$, $g(t, y, v) = f(t, y + x^l, v + u^l) - f(t, x^l, u^l)$, $\alpha \in (0, 1]$ - регулятор метода. Эта задача решается с использованием

линейной функции Кротова $\varphi(t, y^0, y, s) = w(t) + \psi_0(t)y^0 + \psi^T(t)y$.

Алгоритм поиска коэффициентов $w(t)$, $\psi_0(t)$, $\psi(t)$ подробно описан в [4]. Он основан на разложении правых частей приближенных соотношений (Кротова-Беллмана) для задачи (2) в ряд до членов первого (второго) порядка в окрестности нуля и последующей замене производных их разностными аналогами. Шаги разностных схем выступают дополнительными регуляторами алгоритма. Управление (в форме синтеза) для задачи (1) записывается следующим образом:

$u(t, x) = v(t, x - x^l(t)) + u^l(t)$, $t \in T \setminus \{t_F\}$, а искомый элемент m'' получается с помощью уравнений исходной системы $x''(0) = x_0$, $u''(t) = u(t, x'')$, $x''(t) = f(t, x'', u'')$.

После представления наборов фазовых и управляющих переменных в виде соответствующих векторов $x = (k, k^z, k^d, r, \theta, \Pi)$, $u = (y, z, u, u^z, u^d, d)$, замены ограничений штрафными добавками в минимизируемый функционал и проведения дискретизации по времени, задачу оптимизации для социо-эколого-экономической модели можно рассматривать как задачу в стандартной форме (1).

4. Программная реализация алгоритма улучшения в рамках Т-системы с открытой архитектурой (OpenTS)

Большим преимуществом описанного алгоритма метода улучшения является его естественный параллелизм [5]. А именно, алгоритм содержит крупные гранулы параллелизма, вычисляемые независимо для каждого набора параметров метода. При этом для каждого набора число итераций, проделанных до достижения

указанной точности, заранее неизвестно. Следовательно, при дальнейшей программной реализации алгоритма заранее неизвестно как будут загружены отдельные узлы вычислительной установки. Поэтому динамические программы предпочтительнее любых других типов.

T-система — система параллельного программирования, реализующая концепцию автоматического динамического распараллеливания программ. Это — оригинальная российская разработка, которая ведется в Институте программных систем РАН [6, 7]. T-система автоматически (без участия программиста) выполняет распараллеливание фрагментов кода в программе, планировку вычислений, синхронизацию параллельных фрагментов кода, обмен данными между фрагментами программы и распределение данных по различным узлам кластера. Причем, эти действия определяются и выполняются в динамике, во время исполнения программы (а не планируются заранее, в статике, во время компиляции).

T-система предоставляет язык программирования T++ (очень простой параллельный диалект C++), который предназначен для эффективной реализации динамического распараллеливания. Он позволяет комбинировать чистую функциональную и императивную мощь C++ на уровне T-вызовов.

Описанный выше алгоритм решения задачи оптимизации для социо-эколого-экономических моделей реализован в T-системе (язык программирования T++). В вычислительных экспериментах по определению эффективности параллельной версии программы был использован набор данных для конкретной социо-эколого-экономической модели Переславского региона [1]. Состояние экономики при этом характеризовалось основными фондами для 3-х агрегированных отраслей, состояние экологической и социальной подсистем было представлено 4-мя индексами каждая, а инновационный блок содержал 6 индексов состояния. Суммарная размерность вектора состояния составила 54, суммарная размерность вектора управления - 56. Вычисления проводились на суперкомпьютере СКИФ МГУ «Чебышёв», для 160 различных наборов параметров метода улучшения. Проведен запуск программы на различном числе узлов и замер времени работы в каждом случае. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1. Анализ эффективности параллельной программы

Число процессоров (ядер)	1	4	8	16
Время работы программы, с	10331	4184	2262	1160
Ускорение	1	2.469	4.567	8.906

Заключение

Проведенные вычислительные эксперименты позволяют говорить о том, что применение суперкомпьютеров кластерного типа для реализации описанной концепции модели региона открывает новые возможности ее эффективного использования, т. к. практически значимые версии модели имеют большую размерность и сложную систему данных.

Литература

1. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона / Под ред. Гурмана В.И., Рюминой Е.В. - М.: Наука, 2001.
2. Блинов А. О., Гурман В. И., Трушкова Е. А., Фраленко В. П., Программный комплекс оптимизации законов управления // Программные продукты и системы, 2009. № 2. С. 95-100.
3. Гурман В.И. Принцип расширения в задачах управления. М:Наука*Физматлит, 1997.
4. Гурман В.И., Трушкова Е.А., Ухин М.Ю. Улучшение управления, реализующего скользящий режим // АиТ. 2008. № 3. С. 161-171.