# КОМПЛЕКС ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СОЦИО-ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ РЕГИОНА

В.И. Гурман, Г.А. Матвеев, Е.А. Трушкова Институт программных систем имени А.К. Айламазяна РАН, Россия

Представлены результаты разработок алгоритмической и программной части комплекса, реализующего оптимизацию социо-эколого-экономической модели развития региона. Предложены достаточно универсальные алгоритмы итерационного улучшения начального приближения управления и исследования чувствительности модели к входным данным, ориентированные на параллельные вычисления. Применение алгоритмов и анализ эффективности их распараллеливания в рамках Т-системы с открытой архитектурой (OpenTS) демонстрируется в вычислительных экспериментах.

### Введение

Социо-эколого-экономическая модель региона, включающая блок активных инновационных процессов как важнейший фактор, представленная в [1], наиболее перспективна для различных приложений, но и наиболее сложна по сравнению с предшествующими моделями. Она не могла быть реализована в полном объеме на обычных компьютерах, даже самых современных. Для практических вычислений требовались различные упрощающие допущения и высокая степень агрегирования. Появление доступных суперкомпьютеров открывает здесь новые возможности, которые демонстрируются ниже.

Цель создания модели региона — проведение достаточно широкой серии вычислительных экспериментов при широком участии экспертов и руководителей-практиков для выбора обоснованной стратегии развития или некоторого рекомендуемого набора таких стратегий для лиц или органов, принимающих реальные решения в условиях неопределенности. Речь идет по существу о развитом инструментарии поддержки принятия решений на основе модели, в котором сформированная трудоемкая и дорогостоящая информация используется с высокой эффективностью. Однако остаются многочисленные неуправляемые воздействия и неопределенности, которые априори неизвестны, и могут реально изучаться в различных комбинациях лишь в многочисленных компьютерных экспериментах, в ходе которых могут решаться разнообразные методические и прикладные задачи.

#### 1. Описание модели

Концепция рассматриваемой модели трактует регион как открытую систему, разделенную условно на три взаимодействующих подсистемы: экономическую, природную и социальную [1]. Экономическая подсистема включает традиционные производственный и непроизводственный секторы, и нетрадиционные виды деятельности, направленные на восстановление или улучшение в определенном смысле состояния природной и социальной подсистем. Динамика природной и социальной подсистем описывается однотипно. Инновации учитываются через видоизменение созданной ранее региональной модели путем дополнения ее специальным блоком, описывающим инновационные процессы. При этом понятие "инновация" трактуется формально как любое целенаправленное изменение параметров исходной модели, которые прежде рассмат-

ривались как константы. Число параметров исходной модели, как правило, достаточно велико. Поэтому предусматривается возможность их агрегированного представления в инновационном блоке с разными уровнями агрегирования.

Модель, описывается следующими соотношениями:

$$\begin{split} c(t) &= \left(E - A(t)\right) y(t) - Bu(t) - A^z z(t) - B^z u^z(t) - A^d d(t) - B^d u^d(t), \\ \dot{r}(t) &= N \Big(r(t) - \overline{r}\Big) - C(t) y(t) - Du(t) - D^z u^z(t) + C^z z(t) + i m^r - e x^r, \quad r_{\min} \leq r \leq r_{\max}, \\ \dot{k}(t) &= u(t) - [\delta] k(t), \, \dot{k}^z(t) = u^z(t) - [\delta^z] k^z(t), \, \dot{k}^d(t) = u^d(t) - [\delta^d] k^d(t), \\ 0 &\leq y \leq [\beta] k, \, 0 \leq z \leq [\beta^z] k^z, \, 0 \leq d \leq [\beta^d] k^d, \, u \geq 0, \, u^z \geq 0, \, u^d \geq 0, \, d \geq 0, \\ \dot{\theta}(t) &= -\Big( [d(t)] + H_{inv} + [H_{dif}] \Big) \Big( \theta(t) - \overline{\theta} \Big), \, \, \dot{\Pi}(t) = \Big( (1-l) p^T c(t) - l(r(t) - \overline{r})^2 \Big) e^{-\rho t}. \end{split}$$

Здесь в качестве траекторий выступают вектора:  $k(t) \in R^{n_1}$ ,  $k^z(t) \in R^{n_2}$ ,  $k^d(t) \in R^{n_3}$  – основные фонды в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах,  $r(t) \in \mathbb{R}^{n_2}$  — индексы состояния природной среды и социума,  $\theta(t) \in \mathbb{R}^{n_3}$  инновационные индексы (агрегированное описание изменения за счет инноваций элементов матрицы прямых затрат в экономическом секторе A(t) и матрицы коэффициентов прямого воздействия отраслей экономики на компоненты природной и социальной подсистем C(t)),  $\Pi(t) \in R$  – функционал благосостояния. В качестве управлений выступают вектора: y(t), z(t), d(t) – выпуски продукции по отраслям, активное природо-социо-восстановление, активные инноваций, u(t),  $u^{z}(t)$ ,  $u^{d}(t)$  – инвестиции в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах. Остальные величины, входящие в модель: c(t) – конечное потребление;  $\Gamma(k) = [\beta]k$ ,  $\Gamma^z(k^z) = [\beta^z]k^z$ ,  $\Gamma^d(k^d) = [\beta^d]k^d$ ,  $\delta$ ,  $\delta^z$ ,  $\delta^d$  — мощности и темпы амортизации в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах; p — цены;  $\bar{r}$  — заданная функция (опорная), например получаемая из статистического прогноза;  $im^{r}$ ,  $ex^{r}$  – миграционные потоки загрязнений и ресурсов;  $A^{z}$ ,  $A^{d}$  – прямые затраты в природо-социо-восстановительном и инновационном секторах; B,  $B^z$ ,  $B^d$  – фондообразующие затраты в указанных секторах; N – коэффициенты взаимовлияния компонентов природной и социальной подсистем: D.  $D^z$  – коэффициенты воздействия на компоненты природной и социальной подсистем при инвестициях в отрасли экономики и в природо-социо-восстановительный сектор;  $H_{\mathit{inv}}$ ,  $[H_{\mathit{dif}}]$  – матрицы, отражающие, влияние инвестиций и диффузии инноваций,  $r_{\min}$ ,  $r_{\max}$  — минимально и максимально допустимые индексы состояния природной среды и социума.

Предлагается достаточно очевидный критерий оптимальности — максимум величины  $\Pi(t_F)$  при заданных ограничениях и заданном состоянии в начале периода:  $\Pi(t_0) = 0$ ,  $k(t_0) = k_0$ ,  $k^z(t_0) = k_0^z$ ,  $k^d(t_0) = k_0^d$ ,  $r(t_0) = r_0$ ,  $\theta(t_0) = \theta_0$ .

### 2. Постановка задачи улучшения и аналитическое описание алгоритма

Один из трудоемких, но неизбежных этапов исследования модели является процедура оптимизации - итерационное улучшение приближенного магистрального решения (начального управления). Для подобных задач предложен достаточно универсальный алгоритм итерационного улучшения начального приближения управления, ориентированный на параллельные вычисления, разработанный в алгоритмической и программной части по проекту «Программный комплекс улучшения и оптимизации законов

управления для приложений в различных областях (ПК ISCON)» программы «Триада» Союзного государства «Россия-Белоруссия» [2].

Предполагается, что модель динамической управляемой системы представлена как дискретная во времени (что, как правило, выполняется при практической численной реализации). Рассматривается задача оптимального управления в стандартной форме:

(1) 
$$x(t+1) = f(t, x(t), u(t)), t \in T = \{0, 1, ..., t_F\}, \quad x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^p,$$

$$x(0) = x_0, \quad F(x(t_F)) \to \min.$$

Задача улучшения: имеется начальное приближенное решение задачи (1) — элемент  $m^I = \left(x^I(t), u^I(t)\right)$ , требуется найти элемент  $m^I = \left(x^I(t), u^I(t)\right)$ , такой, что  $F\left(x^I(t_F)\right) < F\left(x^I(t_F)\right)$ . Общие конструкции метода улучшения управления приведены в [3], где элемент  $m^I$  ищется путем аппроксимации решения следующей задачи:

$$y(t+1) = g(t, y(t), v(t)), \quad t \in T = \{0, 1, ..., t_F\},$$

$$y^{0}(t+1) = g_{0}(y^{0}, v) = y^{0}(t) + 0.5v^{T}(t)v(t), \quad y(0) = 0, \quad y^{0}(0) = 0,$$

$$G_{\alpha}(y(t_F), y^{0}(t_F)) = \alpha y^{0}(t_F) + (1 - \alpha)F(y(t_F) + x^{T}(t_F)) \rightarrow \min,$$

где  $y = x - x^I$ ,  $v = u - u^I$ ,  $g(t, y, v) = f(t, y + x^I, v + u^I) - f(t, x^I, u^I)$ ,  $\alpha \in (0,1]$  - регулятор метода. Эта задача решается с использованием линейной функции Кротова  $\varphi(t, y^0, y, s) = w(t) + \psi_0(t) y^0 + \psi^T(t) y$ . Алгоритм поиска коэффициентов w(t),  $\psi_0(t)$ ,  $\psi(t)$  подробно описан в [4]. Он основан на разложении правых частей приближенных соотношений (Кротова-Беллмана) для задачи (2) в ряд до членов первого (второго) порядка в окрестности нуля и последующей замене производных их разностными аналогами. Шаги разностных схем выступают дополнительными регуляторами алгоритма.

Управление (в форме синтеза) для задачи (1) записывается следующим образом:  $u(t,x)=v(t,x-x^I(t))+u^I(t), \quad t\in T\setminus\{t_F\},$  а искомый элемент  $m^I$  получается с помощью уравнений исходной системы  $x^I(0)=x_0$ ,  $u^I(t)=u(t,x^I)$ ,  $x^I(t)=f(t,x^I,u^I)$ .

После представления наборов фазовых и управляющих переменных в виде соответствующих векторов  $x = (k, k^z, k^d, r, \theta, \Pi)$ ,  $u = (y, z, u, u^z, u^d, d)$ , замены ограничений штрафными добавками в минимизируемый функционал и проведения дискретизации по времени, задачу оптимизации для социо-эколого-экономической модели можно рассматривать как задачу оптимального управления в стандартной форме (1).

## 3. Программная реализация алгоритма улучшения в рамках T-системы с открытой архитектурой (OpenTS)

Большим преимуществом описанного алгоритма метода улучшения управления является его естественный параллелизм [5]. А именно, алгоритм содержит крупные гранулы параллелизма, вычисляемые независимо для каждого набора параметров метода. При этом для каждого набора число итераций, проделанных до достижения указанной точности, заранее неизвестно. Следовательно, при дальнейшей программной реализации алгоритма заранее неизвестно как будут загружены отдельные узлы вычислительной установки. Поэтому динамические программы предпочтительнее любых других типов.

Т-система — система параллельного программирования, реализующая концепцию автоматического динамического распараллеливания программ. Это — оригинальная российская разработка, которая ведется в Институте программных систем РАН [6, 7]. Т-система автоматически (без участия программиста) выполняет распараллеливание

фрагментов кода в программе, планировку вычислений, синхронизацию параллельных фрагментов кода, обмен данными между фрагментами программы и распределение данных по различным узлам кластера. Причем, эти действия определяются и выполняются в динамике, во время исполнения программы (а не планируются заранее, в статике, во время компиляции).

T-система предоставляет язык программирования T++ (очень простой параллельный диалект C++), который предназначен для эффективной реализации динамического распараллеливания. Он позволяет комбинировать чистую функциональную и императивную мощь C++ на уровне T-вызовов.

Описанный выше алгоритм решения задачи оптимизации для социо-экологоэкономических моделей реализован в Т-системе (язык программирования Т++). В вычислительных экспериментах по определению эффективности параллельной версии программы был использован набор данных для конкретной социо-экологоэкономической модели Переславского региона [1]. Состояние экономики при этом характеризовалось основными фондами для 3-х агрегированных отраслей, состояние экологической и социальной подсистем было представлено 4-мя индексами каждая, а инновационный блок содержал 6 индексов состояния. Суммарная размерность вектора состояния составила 54, суммарная размерность вектора управления - 56. Вычисления проводились на суперкомпьютере СКИФ МГУ «Чебышёв», для 160 различных наборов параметров метода улучшения. Проведен запуск программы на различном числе узлов и замер времени работы в каждом случае. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1 Анализ эффективности параллельной программы

Число процессоров (ядер)	1	4	8	16
Время работы программы, с	10331	4184	2262	1160
Ускорение	1	2.469	4.567	8.906

### 4. Программа исследования чувствительности модели к входным данным

Совместно со специалистами Бурятского государственного университета и Бурятского научного центра СО РАН был сформирован базовый набор информации для модели Байкальского региона как совокупности начальных данных и постоянных параметров. Для соответствующей математической модели общая размерность вектора состояния составила 3551, а общая размерность вектора управления - 3588. Были проведены тестовые сценарные расчеты с социо-эколого-экономической моделью развития Байкальского региона. А именно, проведено исследование изменения целевого функционала при изменении набора данных матрицы С. Написана соответствующая программа на языке T++. Расчет в последовательном варианте занял около 6 часов. Проводились вычислительные эксперименты на суперкомпьютере СКИФ МГУ "Чебышёв". Полученные данные представлены в таблице 2.

Таблица 2 Анализ эффективности параллельной программы

Число процессоров (ядер)	8	19	38	64
Время работы программы, с	3466	1483	785	520
Ускорение	6.232	14.565	27.516	41.538

#### Заключение

В целом на основании проведенных исследований можно заключить, что применение суперкомпьютеров кластерного типа для реализации описанной концепции модели региона открывает новые перспективы ее эффективного использования, немыслимые ранее при использовании обычных компьютеров с последовательным исполнением программ из-за большой размерности практически значимых версий модели и сложной системы данных.

В особенности это относится к инновационным процессам, учет которых в модели без искусственного агрегирования приводит к драматическому росту ее размерности и числа параметров, требующих идентификации. С другой стороны и задачи, связанные с моделью, как многовариантные, естественным образом приспособлены для параллельных вычислений на кластерах и не требуют сложных процедур распараллеливания. При определенной организации многовариантных вычислительных экспериментов и трактовке их результатов они становятся инструментом не только трудоемких количественных оценок, но и качественного анализа, позволяя выделить ведущие факторы, переменные и параметры, на которых требуется сосредоточиться при последующих эмпирических исследованиях.

Работа выполнена в рамках суперкомпьютерной программы «СКИФ-ГРИД» Союзного государства при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-01-00274-а) и Российского гуманитарного научного фонда (проект № 09-02-00650а).

## Список литературы

- 1. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона / Под ред. Гурмана В.И., Рюминой Е.В. М.: Наука, 2001.
- 2. Блинов А. О., Гурман В. И., Трушкова Е. А., Фраленко В. П., Программный комплекс оптимизации законов управления // Программные продукты и системы, 2009. № 2. С. 95-100.
- 3. Гурман В.И. Принцип расширения в задачах управления. М:Наука\*Физматлит, 1997.
- 4. Гурман В.И., Трушкова Е.А., Ухин М.Ю. Улучшение управления, реализующего скользящий режим // АиТ. 2008. № 3. С. 161-171.
- 5. Коваленко М.Р., Матвеев Г.А., Осипов В.И., Трушкова Е.А., Параллельный алгоритм улучшения управления // Тр. четвертой межд. конф. "Параллельные вычисления и задачи управления" (PACO'2008), Москва, 27-29 октября 2008 г. ИПУ им. В.А.Трапезникова PAH. ISBN 978-5-91450-016-7.
- 6. Абрамов С.М., Есин Г.И., Загоровский И.М., Матвеев Г.А., Роганов В.А. Принципы организации отказоустойчивых параллельных вычислений для решения вычислительных задач и задач управления в Т-Системе с открытой архитектурой (OpenTS). // Тр. Межд. конф. "Программные системы: теория и приложения", Переславль-Залесский, октябрь 2006. Наука,-Физматлит, М.. Т. 1. С. 257-264.
- 7. Абрамов С.М., Кузнецов А.А., Роганов В.А. Кроссплатформенная версия Тсистемы с открытой архитектурой. // Тр. Межд. науч. конф. "Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2007)", Челябинск, 29 января 2 февраля 2007 г., Челябинск, изд. ЮУрГУ. Т 1. С. 115-121.